**VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng:  và 

Khi đó ta có:

a. d và d’ song song với nhau 

b. d và d’ trùng nhau 

c. d và d’ cắt nhau 

d. d và d’ vuông góc với nhau 

2. Đường thẳng đi qua điểm cố định

Giả sử đường thẳng  đi qua điểm cố định khi đó phương trình:

 nghiệm đúng với mọi a, b

3. Ba đường thẳng đồng quy

Cho ba đường thẳng: 

Gọi M là giao điểm của d1 và d2 khi đó ba đường thẳng đồng quy khi và chỉ khi d3 cũng đi qua M.

**B. Bài tập và các dạng toán**

**Dạng 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng**

**Cách giải:** Cho hai đường thẳng:  và 

Khi đó ta có:

a. d và d’ song song với nhau 

b. d và d’ trùng nhau 

c. d và d’ cắt nhau 

d. d và d’ vuông góc với nhau 

**Bài 1:** Hãy nhận xét về vị trí tương đối hai đường thẳng d và d’ trong các trường hợp sau

a)  và  b)  và 

c)  và  d)  và 

**Lời giải**

a) Ta có  vì 

b) Ta có  cắt  vì 

c) Ta có  vì 

d) Ta có  vì 

**Bài 2:** Cho các đường thẳng: 

. Trong các đường thẳng trên, hãy chỉ ra các cặp đường thẳng

a) Song song b) Vuông góc

**Lời giải**

a) Các cặp đường thẳng song song là: 

b) Các cặp đường thẳng vuông góc là: 

**Bài 3:** Cho hai đường thẳng:  và . Tìm m để hai đường thẳng trên:

a. Song song b. Cắt nhau c. Vuông góc với nhau

**Lời giải**

a. ; 



b. d và d’ cắt nhau 

c. d vuông góc d’ 

**Bài 4:** Cho đường thẳng  với m là tham số. Tìm m để:

a. d song song với 

b. d trùng với 

c. d cắt tại điểm có hoành độ x = -1

d. d vuông góc với 

**Lời giải**

a) 

b) 

c. Thay x = -1 vào d3 ta được y = -5

Thay x = -1; y = -5 vào d ta được: m = -2 hoặc m = 3 ( thỏa mãn )

d. 

**Bài 5:** Cho các đường thẳng: và . Tìm m để:

a. d // d1 b. d trùng d2 c. d cắt d3 tại K có  d. d vuông góc với d4

**Lời giải**

a.  b.  c.  d. 

**Dạng 2: Xác định phương trình đường thẳng**

**Cách giải:** Để xác định phương trình đường thẳng ta thường làm như sau

- Bước 1: gọi  là phương trình đường thẳng cần tìm (a,b là hằng số)

- Bước 2: Từ giả thiết của đề bài, tìm được a, b từ đó đi đến kết luận.

**Bài 6:** Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau

a. d đi qua M (-2; 5) và vuông góc với 

b. d song song với đường thẳng  và đi qua giao điểm hai đường thẳng

 và 

c. d đi qua hai điểm M (-2; 7) và N (1; 2)

**Lời giải:**

Gọi  với a,b là hằng số

a.  , d đi qua M nên 

b. , , vì d2 đi qua I nên: 

c. d đi qua hai điểm M (-2;7) và N (1;2) 

**Bài 7:** Xác định hàm số , biết rằng:

a. Khi a = -2 đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 

b. Khi a = -4 đồ thị hàm số đi qua A ( -2; 2 )

c. d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2

d. d đi qua 2 điểm A (1; -3) và B (2; 1)

**Lời giải**

a. Thay a = -2, y = vào y = ax + b ta được: b = 

b. a = -4 ta được: y = -4x + b. thay x = 2- ; y = 2 ta lại được: b = 6

c. Vì d cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 5 nên d đi qua điểm (0;5) từ đó tìm được b = 5

Tương tự d cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng -1 nên d đi qua điểm (-2;0) từ đo tìm được 

**Bài 8:** Cho đường thẳng  (với a, b là hằng số) Tìm a và b biết

a) d đi qua điểm A nằm trên Ox có hoành độ bằng -1 và song song với đường thẳng 

b) d vuông góc với đường thẳng  và đi qua giao điểm của  với trục tung

**Lời giải**

a) Tìm được  b) Tìm được 

**Bài 9:** Cho đường thẳng  (với a, b là hằng số) Tìm a và b biết

a) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2

b) d đi qua hai điểm A và B với  và 

**Lời giải**

a) Gọi  với a, b lầ hằng số

Vì d cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 5 nên d đi qua điểm (0; 5). Từ đó tìm được 

Tương tự d cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng -1 nên d đi qua điểm (-2; 0). Từ đó tìm được 

b) Gọi  với a, b lầ hằng số

Thay tọa độ A, B vào d ta được: 

**Bài 10:** Tìm các số a và b để đường thẳng 

a) Cắt  tại một điểm nằm trên trục Ox, và cắt  tại một điểm nằm trên trục Oy

b) Đi qua hai điểm I, K với 

**Lời giải**

a) Ta tìm được: 

b) Ta tìm được: 

**Bài 11:** Cho hai đường thẳng  và 

a) Chứng tỏ rằng hai đường thẳng  và  cắt nhau. Xác định tọa độ giao điểm I của chúng và vẽ hai đường thẳng này trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua I và song song song với đường thẳng 

c) Lập phương trình đường thẳng (d’) đi qua I và song song với đường thẳng 

**Lời giải**

a) Nhận xét rằng đường thẳng  có  và đường thẳng  có 



Giả sử giao điểm của hai đường thẳng có tọa độ , vì  hoặc  nên:



b) Đường thẳng d song song với đường thẳng  có phương trình 

Vì 

c) Đường thẳng (d’) song song với đường thẳng , có phương trình:

. Vì 

\*) Nhận xét: Trong lời giải của bài toán trên

- Ở câu a, dựa trên nhận xét  cắt nhau tại I trên Oy nên ta mới giả sử 

Trong trường hợp tổng quát, với hai đường thẳng : 

Ta giả sử tọa độ giao điểm  rồi nhận xét



Thay  vào (1) hoặc (2) ta nhận được giá trị của , từ đó suy ra tọa độ điểm I

**Bài 12:** Cho đường thẳng . Lập phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng  và:

a) Đi qua điểm 

b) Khoảng cách từ O đến (d) bằng 

**Lời giải**

a) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng có phương trình: 

Vì 

b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d) với Oy và Ox, ta được:

- Với điểm A: 

- Với điểm B: 

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng (d)

Trong tam giác AOB vuông tại O, ta có: 

Khi đó :

- Với 

- Với 

Vậy tồn tại hai đường thẳng  và  thỏa mãn điều kiện đầu bài

**Bài 13:** Cho họ đường thẳng  có phương trình 

1) Xác định m để:

a)  đi qua 

b)  có hướng đi lên (hàm số đồng biến)

c)  song song với đường thẳng 

2) Tìm điểm cố định mà họ  luôn đi qua.

**Lời giải**

Viết lại phương trình đường thẳng dưới dạng: 

1) Ta lần lượt có:

a)  đi qua  khi và chỉ khi: 

b)  có hướng đi lên khi và chỉ khi nó có hệ số góc dương



c)  song song với đường thẳng 

2) Giải sử  là điểm cố định mà  luôn đi qua, khi đó ta có:





Vậy  luôn đi qua điểm cố định.

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:** Cho các đường thẳng: 

Tìm m để:

a. d1 cắt d2 b. d1 // d2 c. d1 trùng d2 d. 

**Lời giải**

a.  b. m = - 2 c. không tồn tại m d. 

**Bài 2:** Cho đường thẳng  (m là tham số). Tìm m để:

a. d song song với 

b. d vuông góc với 

c. d trùng với 

d. d đi qua giao điểm của các đường thẳng 

**Lời giải**

a. m = 2 ; m = -3 ( loại do khi đó d trùng với d1 )

b. m = -3 và m = 1

c. m = 0 ( m = -1 loại vì khi đó d // d3 )

d. Ta có d4 cắt d3 tại I ( -1;-5), thay toạn độ I vào d tìm được m = -3 hoặc m = 2

**Bài 3:** Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau

a. d đi qua M (1; -2 ) và song song với 

b. d cắt đường thẳng  tại điểm có tung độ bằng 2 và vuông góc với đường thẳng 

c. d đi qua gốc tọa độ và giao điểm của hai đường thẳng 

d. d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 5 và đi qua điểm M (2; 3)

**Lời giải**

a. Đưa d1 về dạng: 

b. d đi qua A(1;2) và vuông góc với d3 

c. d đi qua O(0;0) và 

d. d đi qua N (5;0) và M (2;3) 

**Bài 4:** Cho các đường thẳng: 

a. Tìm điểm cố định mà d1 luôn đi qua với mọi m

b. Gọi I là điểm cố định mà d1 luôn đi qua. Tìm n để d2 đi qua I

c. Tìm m để d1 đi qua điểm cố định của d2

d. Tìm m và n để d1 và d2 trùng nhau.

**Lời giải**

a. d1 luôn đi qua điểm cố định 

b. Thay tọa độ của I vào d2 tìm được n =11

c. d2 luôn đi qua điểm cố định  , thay tọa độ K vào d1 tìm được m = -16

d. Tìm được m = -16 ; n = 11